

ЖАЗЫҚТЫҚТАҒЫ ТҮЗУ ТЕҢДЕУЛЕРІ

Екі нүкте арқылы өтетін түзу теңдеуі

$M_1(x_1, y_1)$ және $M_2(x_2, y_2)$

екі нүкте арқылы өтетін

түзу теңдеуі

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$$

МЫСАЛ. Берілген $M_1(3,1)$ және $M_2(2,7)$ нүктелері арқылы өтетін L_1 түзу теңдеуін жазыңыз.

Шешуі. Екі нүкте арқылы өтетін түзу теңдеуінің формуласын қолданамыз, мұнда $x_1 = 3; y_1 = 1$ және $x_2 = 2; y_2 = 7$:

$$\frac{y - 1}{7 - 1} = \frac{x - 3}{2 - 3} \Rightarrow L_1: \frac{y - 1}{6} = \frac{x - 3}{-1}.$$

Жазықтықтағы түзудің жалпы теңдеуі

Жазықтықтағы түзудің жалпы теңдеуі деп

$$Ax + By + C = 0$$

теңдеуін атайды, мұндағы

A, B, C - белгілі сандар

және A мен B бірдей

нөлге тең емес.

A, B коэффициенттерінің геометриялық мағынасы:

A мен B мәндері түзудің

нормаль векторының

координаталары $\vec{n}(A, B)$,

яғни $\vec{n} \perp L_1$.

МЫСАЛ. Берілген $M_1(2, 0)$ және $M_2(5, -3)$ нүктелері арқылы өтетін L_1 түзудің жалпы теңдеуін жазыңыз.

Шешуі. M_1 және M_2 екі нүкте арқылы өтетін L_1 түзу теңдеуін жазамыз:

$$\frac{y - 0}{-3 - 0} = \frac{x - 2}{5 - 2} \Rightarrow L_1: \frac{y}{-3} = \frac{x - 2}{3}.$$

Алынған түзу теңдеуін жалпы түріне келтіреміз:

$$3y = -3(x - 2) \Rightarrow y = -(x - 2) \Rightarrow \\ \Rightarrow y = -x + 2 \Rightarrow L_1: x + y - 2 = 0.$$

Бұдан нормаль векторының координаталары анықталады $\vec{n}(A, B) = \vec{n}(1; 1)$.

МЫСАЛ. $L_1: \frac{y-1}{6} = \frac{x-3}{-1}$ түзу теңдеуін жалпы түріне келтіріңіз.

Шешуі. Берілген қатынасты түрлендіреміз:

$$(-1) \cdot (y - 1) = 6 \cdot (x - 3) \Rightarrow \\ -y + 1 = 6x - 18.$$

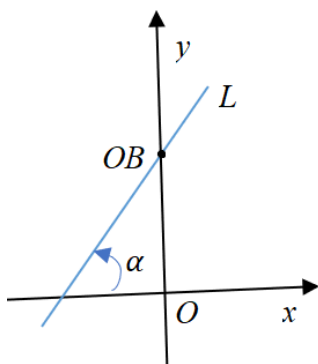
Осыдан $6x + y - 19 = 0$ теңдеуі L_1 түзудің жалпы түрде жазылған теңдеуі және нормаль векторының координаталары $\vec{n}(6; 1) \perp L_1$.

Бұрыштық коэффициенті арқылы берілген түзу теңдеуі

Бұрыштық коэффициенті арқылы берілген түзу теңдеуі (1 сурет)

$$y = kx + b,$$

мұндағы $k = \operatorname{tg} \alpha$ түзудің бұрыштық коэффициенті, α - түзу мен x осінің оң бағыты арасындағы бұрыш; b - түзу мен y осінің қиылысу нүктесінің ординатасы ($b = OB$)



1 сурет.

МЫСАЛ. Бұрыштық коэффициенті арқылы жазылған түзу теңдеуі берілген. Түзудің k бұрыштық коэффициенті және b түзуі мен y осінің қиылысу нүктесінің ординатасын анықтаңыз.

а) $y = 2x + 5$. Шешімі. $k = 2, b = 5$;

ә) $y = -x + 4$. Шешімі. $k = -1, b = 4$;

б) $y = \frac{3}{7}x - 6$. Шешімі. $k = \frac{3}{7}, b = -6$.

МЫСАЛ. $6x + y - 19 = 0$ түзуінің бұрыштық коэффициентімен берілген теңдеуін жазыңыз.

Шешуі. Берілген түзудің жалпы теңдеуін түрлендіреміз:

$$6x + y - 19 = 0 \Rightarrow y = -6x + 19,$$

мұндағы $k = -6; b = 19$.

Түзудің кесінділік теңдеуі

Түзудің кесінділік теңдеуі

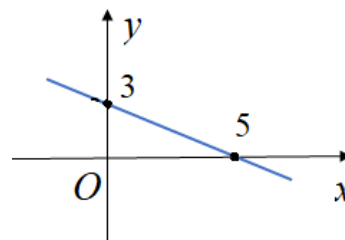
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1,$$

мұндағы a, b – түзудің
сәйкес Ox және Oy
координата осьтерін
қиятын кесінділердің
ұзындықтары

МЫСАЛ. $a = 5$; $b = 3$ болғанда түзудің
кесінділік теңдеуін жазып, сызбасын салыңыз.

Шешуі. Ox осінен $a = 5$ бірлік, Oy осінен
 $b = 3$ бірлік қиып өтетін түзудің кесінділік
теңдеуін жазамыз (2 сурет):

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1.$$



2 сурет.

МЫСАЛ. $6x + y - 19 = 0$ түзу теңдеуін кесінділік теңдеу түріне келтіріңіз.

Шешуі. Жалпы түрінде берілген түзу теңдеуін түрлендіреміз:

$$6x + y - 19 = 0 \Rightarrow 6x + y = 19 \Rightarrow \frac{6x}{19} + \frac{y}{19} = 1.$$

Осыдан аламыз түзудің кесінділік теңдеуін аламыз:

$$\frac{x}{19/6} + \frac{y}{19} = 1,$$

мұндағы $a = 19/6$, $b = 19$.

Екі түзудің перпендикулярлық және параллельдік белгілері

Бұрыштық

коэффициенттері арқылы

берілген $y_1 = k_1x + b_1$

және $y_2 = k_2x + b_2$ екі

түзудің

перпендикулярлық

белгісі: $k_1 \cdot k_2 = -1$

немесе $k_2 = -\frac{1}{k_1}$;

параллельдік белгісі:

$$k_1 = k_2.$$

МЫСАЛ. $4x - 6y + 7 = 0$ және $2x - 3y - 1 = 0$

түзулер параллель бола ма?

Шешуі. Берілген түзулердің теңдеулерің

бұрыштық коэффициенттері арқылы жазайық:

$$4x - 6y + 7 = 0 \Rightarrow 6y = 4x + 7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{6} \Rightarrow k_1 = \frac{2}{3}$$

және

$$2x - 3y - 1 = 0 \Rightarrow 3y = 2x - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \Rightarrow k_2 = \frac{2}{3}.$$

Берілген екі түзу параллель, себебі $k_1 = k_2$.

МЫСАЛ. $4x - y - 3 = 0$ және $2x + 8y + 5 = 0$ түзулер перпендикуляр бола ма?

Шешуі. Берілген түзулердің теңдеулерің бұрыштық коэффициенттері арқылы жазайық:

$$4x - y - 3 = 0 \Rightarrow y = 4x - 3 \Rightarrow k_1 = 4$$

және

$$2x + 8y + 5 = 0 \Rightarrow 8y = -2x - 5 \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{8} \Rightarrow k_2 = -\frac{1}{4},$$

берілген екі түзу перпендикуляр, себебі $k_2 = -\frac{1}{k_1}$.

Бұрыштық коэффициенті берілген, (x_0, y_0) нүктесі арқылы өтетін түзу теңдеуі

Бұрыштық
коэффициенті k тең,
 (x_0, y_0) нүктесі
арқылы өтетін түзу
теңдеуі:
 $y - y_0 = k(x - x_0)$.

МЫСАЛ. Бұрыштық коэффициенті $k = 2$ тең,
 $A(8; 5)$ нүктесі арқылы өтетін түзу теңдеуің жазыңыз.

Шешуі. Есеп шарты бойынша бұрыштық
коэффициенті $k = 2$ тең, $x_0 = 8; y_0 = 5$, онда
ізделінді түзу теңдеуі:

$$y - 5 = 2(x - 8).$$

1-ТАПСЫРМА. Жазықтықта A_1, A_2 нүктелері берілген. Жазу керек:

а) A_1 және A_2 нүктелерден өтетін L теңдеуің; ә) L теңдеуің жалпы теңдеу түрінде; б) L теңдеуің бұрыштық коэффициенті бар теңдеу түрінде; в) L теңдеуің кесінділік теңдеу түрінде.

1.1 $A_1(-1,6), A_2(-1,7)$

1.3 $A_1(10,2), A_2(-1,5)$

1.5 $A_1(2,4), A_2(-2,3)$

1.7 $A_1(-1,7), A_2(-2,4)$

1.9 $A_1(2,1), A_2(-1,-4)$

1.11 $A_1(6,5), A_2(-5,1)$

1.2 $A_1(5,1), A_2(1,-3)$

1.4 $A_1(-6,3), A_2(1,-7)$

1.6 $A_1(-4,1), A_2(8,-1)$

1.8 $A_1(4,1), A_2(7,-1)$

1.10 $A_1(-7,1), A_2(1,-6)$

1.12 $A_1(-3,3), A_2(8,-2)$