

ЖОҒАРЫ РЕТТІ ТУЫНДЫЛАР

Егер $y = f(x)$ функциясының (a, b) интервалында $f'(x)$ туындысы бар болса, онда 1-ші ретті туындының туындысын оның **екінші ретті туындысы** деп атайды да, мына символдардың біреуімен белгілейді:

$$f''(x); \quad y''(x); \quad \frac{d^2 f}{dx^2}; \quad \frac{d^2 y}{dx^2}.$$

Егер $f'(x_0)$ функциясының $x_0 \in (a, b)$ нүктесінде туындысы бар болса, онда оны $y_0 = f(x_0)$ функциясының x_0 нүктесіндегі **2-ші ретті туындысы** деп атайды да, мына символдардың біреуімен белгілейді:

$$\frac{d^2 f(x_0)}{dx^2}, \quad \frac{d^2 y(x_0)}{dx^2}, \\ f''(x_0), \quad y''(x_0)$$

немесе

$$f''(x)]_{x=x_0}, \quad y''(x)]_{x=x_0}.$$

МЫСАЛ. $y = \ln^3 x$ функциясының екінші ретті туындысын табайық:

$$\begin{aligned} y' &= (\ln^3 x)' = 3 \ln^2 x \cdot \frac{1}{x} = \frac{3 \ln^2 x}{x}; \\ y'' &= \left(\frac{3 \ln^2 x}{x} \right)' = \\ &= 3 \cdot \frac{2 \ln x \cdot \frac{1}{x} \cdot x - 1 \cdot \ln^2 x}{x^2} = \\ &= \frac{2 \ln x - \ln^2 x}{x^2} = \frac{3 \ln x \cdot (2 - \ln x)}{x^2} = \\ &= \frac{3(2 - \ln x) \ln x}{x^2}. \end{aligned}$$

МЫСАЛ. $y = 3x^4$ функциясының $x_0 = 2$ нүктесіндегі 2-ші ретті туындысын табайық:

$$\begin{aligned} y' &= (3x^4)' = 12x^3; \\ y'' &= (12x^3)' = 36x^2; \\ y''(2) &= 36 \cdot 2^2 = 144. \end{aligned}$$

МЫСАЛ. $y = x^3 + e^{2x}$ функциясының $x_0 = 0$ нүктесіндегі 2-ші ретті туындысын табайық:

$$\begin{aligned} y' &= (x^3 + e^{2x})' = 3x^2 + 2e^{2x}; \\ y'' &= (3x^2 + 2e^{2x})' = 6x + 4e^{2x}; \\ y''(0) &= 6 \cdot 0 + 4e^{2 \cdot 0} = 4. \end{aligned}$$

2-ТАПСЫРМА. Берілген функциялардын екінші ретті туындысының x_0 нүктесіндегі мәнін табыңыз.

2.1 $y = \ln(2 + x^2), x_0 = 0$

2.2 $y = e^x \cdot \sin 2x, x_0 = 0$

2.3 $y = x \cdot \sin x, x_0 = \pi/2$

2.4 $y = x^4 \cdot \ln x, x_0 = 1$

2.5 $y = e^x \cdot \cos x, x_0 = 0$

2.6 $y = (2x + 1)^5, x_0 = 2$

2.7 $y = x^2 \cdot e^x, x_0 = 0$

2.8 $y = \ln^3 x, x_0 = 1$

2.9 $y = (4x - 3)^5, x_0 = 1$

2.10 $y = \arctg x, x_0 = 1$